Allgemeines

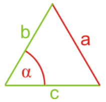
Die im folgenden beschriebenen Sätze gelten in allen Dreiecken, nicht nur in rechtwinkligen.

Wichtig!

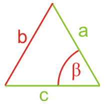
In **Dreiecken ohne rechten Winkel** gibt es **keine Hypotenuse** und **keine Katheten**.

Kosinussatz

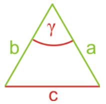
Je nachdem auf welchen Winkel wir uns beziehen, liegt der Kosinussatz in drei Formen vor:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$



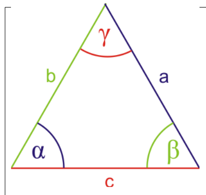
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$$

Empfehlung: Lernen Sie nicht stur die Buchstaben auswendig, sondern machen Sie sich an Hand der Zeichnungen klar welche Seite liegt dem Winkel gegenüber und welche Seiten schließen den Winkel ein.

Sinussatz



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Empfehlung: Beachten Sie, dass Winkel und Seite, die einander im Dreieck gegenüberliegen, auch in den Brüchen gegenüberliegen.

Tipp: Zum Lösen von Aufgaben benötigen wir in der Regel nur zwei Brüche. Wir können also einen außer Acht lassen:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Wann verwenden wir welchen Satz?

Das hängt davon ab, welche Größen (Seiten oder Winkel) an der Rechnung beteiligt (gegeben oder gesucht) sind.

Beteiligte Größen	Wir verwenden den
3 Seiten, 1 Winkel	Kosinussatz
2 Seiten, 2 Winkel	Sinussatz

Rechenbeispiele mit dem Kosinussatz

Die Hinweise für den Taschenrechner beziehen sich auf den von mir empfohlenen Casio fx-85ms. Sollten Sie ein anderes Modell bevorzugen, achten Sie darauf, dass es in der Befehlsfolge (meistens bei der Klammerung und den Symbolen) Abweichungen geben kann.

Beispiel 1: $b = 5\,cm, c = 7\,cm, \alpha = 25°$ wie lang ist Seite a ?

Rechenbeispiele mit dem Kosinussatz (Fortsetzung)

$$\begin{aligned} a^2 &= 5^2+7^2-2\cdot5\cdot7\cdot\cos 25° \\ a^2 &= 25+49-70\cdot\cos 25° \\ a^2 &= 74-70\cdot\cos 25° \\ a^2 &= 10{,}5585 \quad |\sqrt{\ } \\ a &\approx 3{,}2 \end{aligned}$$

Vorsicht Fehlerquelle:

In der dritten Zeile ist die Punkt vor Strich Regel zu beachten.

$4\cdot\cos 25°$ ist also falsch!

Seite a ist etwa 3,2 cm lang.

Taschenrechner

Zeile 1: [5] [x²] [=]   [7] [x²] [=]   [2] [×] [5] [×] [7] [=]

Zeile 2: [2] [5] [+] [4] [9] [=]

Zeile 3: [7] [4] [−] [7] [0] [×] [cos] [2] [5] [=]

Zeile 4: [√] [4] [.] [9] [0] [6] [3] [=] oder [√] [Ans] [=]

Wir können auch den Taschenrechner in einem „Aufwasch“ rechnen lassen:

[√] [(] [5] [x²] [+] [7] [x²] [−] [2] [×] [5] [×] [7] [×] [cos] [2] [5] [)] [=]

Vorsicht: Dabei dürfen wir uns keinesfalls vertippen!

Beispiel 2: $b=5cm, c=7cm, a=4cm$ wie groß ist Winkel α ?

$$\begin{aligned} 4^2 &= 5^2+7^2-2\cdot5\cdot7\cdot\cos\alpha \\ 16 &= 25+49-70\cdot\cos\alpha \\ 16 &= 74-70\cdot\cos\alpha \quad |-74 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -58 &= -70\cdot\cos\alpha \quad |:(-70) \\ 0{,}8286 &= \cos\alpha \quad |\cos^{-1} \\ 34° &\approx \alpha \end{aligned}$$

Taschenrechner

Umrechnung in Winkel: [SHIFT] ($\cos^{-1}$) [0] [.] [8] [2] [8] [6] [=]

Rechenbeispiel mit dem Sinussatz

$a=5cm, \alpha=50°, \beta=20°$ wie lang ist Seite c ?

Schritt 1

Winkel γ über die Winkelsumme berechnen:

$\gamma=180°-50°-20°=110°$

Schritt 2

Seite c mit dem Sinussatz berechnen:

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sin 50°} &= \frac{c}{\sin 110°} \quad |\cdot\sin 110° \\ \frac{5}{\sin 50°}\cdot\sin 110° &= c \\ 6{,}1 &\approx c \end{aligned}$$

Taschenrechner

[5] [÷] [sin] [5] [0] [×] [sin] [1] [1] [0] [=]