

WAS SIND LINEARE FUNKTIONEN?

Eine lineare Funktion wird durch eine Gleichung des Typs:

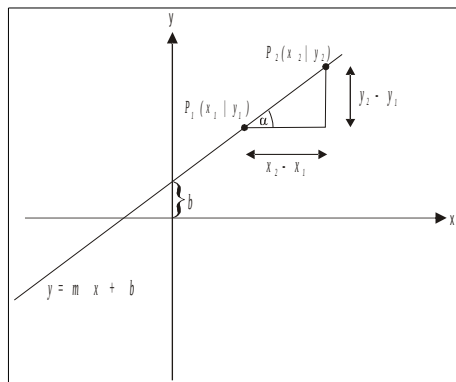
$$y = m x + b$$

Für m und b werden in einer konkreten Funktionsgleichung Zahlen eingesetzt.

Zeichnen wir eine lineare Funktion in ein Koordinatensystem ein, entsteht eine Gerade. Aus der Gleichung können wir auch ohne Berechnung etwas über die Gerade erfahren.

m: Steigung der Geraden

b: Schnittpunkt der Geraden mit y-Achse

**STEIGUNG**

Die Steigung m drückt aus, wie steil die Gerade ansteigt, beziehungsweise abfällt.

Die Berechnung von m erfolgt, indem wir zwischen zwei Punkten $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ ein sogenanntes Steigungsdreieck (siehe Abbildung) anlegen.

Dann berechnen wir m wie folgt:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Für eine Gerade mit der Steigung m gilt:

$m > 0$ steigend

$m = 0$ waagrecht

$m < 0$ fallend

$|m| < 1$ flach steigend oder fallend $|m| > 1$ steil steigend oder fallend

Steigungswinkel:

$$\alpha = \tan^{-1} m$$

PUNKTPROBE

Die Punktprobe prüft, ob ein Punkt auf der Geraden der Funktion liegt, oder nicht.

Beispiel Gleichung: $y = 0,5x - 2$ Auf der Zeichnung sehen wir

Punkt A liegt nicht auf der Geraden

Punkt B liegt auf der Geraden

Das kann auch rechnerisch überprüft werden, indem wir die Koordinaten der Punkte in die Gleichung einsetzen.

Prüfen für Punkt A:

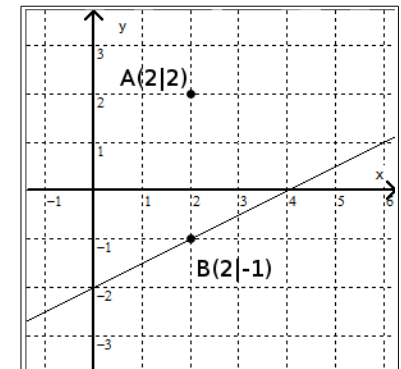
$$\begin{aligned} y &= 0,5x - 2 \quad | \quad x=2 \quad y=2 \\ 2 &\stackrel{?}{=} 0,5 \cdot 2 - 2 \\ 2 &\stackrel{?}{=} 1 - 2 \\ 2 &\neq -1 \end{aligned}$$

Falsche Aussage: A liegt nicht auf der Geraden.

Prüfen für Punkt B:

$$\begin{aligned} y &= 0,5x - 2 \quad | \quad x=2 \quad y=-1 \\ 2 &\stackrel{?}{=} 0,5 \cdot 2 - 2 \\ 2 &\stackrel{?}{=} 1 - 2 \\ 2 &\neq -1 \end{aligned}$$

Wahre Aussage: B liegt auf der Geraden.

**ZEICHNEN BEI GEGEBENER GLEICHUNG**

Eine Gerade ist durch zwei Punkte eindeutig festgelegt!

Daher brauchen wir nur zwei Punkte zu berechnen, um die Gerade zu zeichnen.

Beispiel: $y = -0,5x + 1$

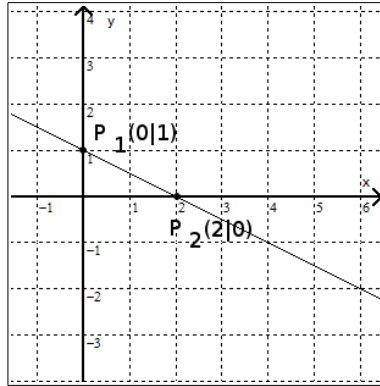
1 Diese Regel wird erst interessant, wenn wir die Trigonometrie behandelt haben!

Erster Schritt:

Wir wählen willkürlich zwei Werte für x (zum Beispiel 0 und 2) und rechnen den zugehörigen Wert für y aus.

	x	y	Rechnung
P_1	0	1	$-0,5 \cdot 0 + 1 = 1$
P_2	2	0	$-0,5 \cdot 2 + 1 = 0$

Nun haben wir zwei Punkte und können die Gerade in das Koordinatensystem einzeichnen²:



GLEICHUNG AUS ZWEI PUNKTEN BESTIMMEN

Gegeben sind zwei Punkte, wie lautet die dazugehörige Gleichung?

Beispiel: $P_1(-1|3)$, $P_2(1|-1)$

1. Schritt: Steigung bestimmen

Formel: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Beispiel: $m = \frac{-1 - 3}{1 - (-1)}$ Auf Vorzeichen achten!

$$m = \frac{-4}{2}$$

$$m = -2$$

Den Wert für m setzen wir in die allgemeine Gleichung $y = mx + b$ ein:

$$y = -2x + b$$

2. Schritt: b berechnen

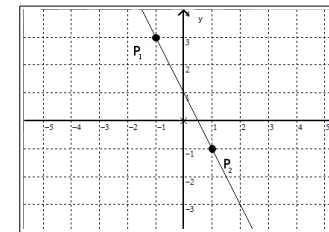
Wir setzen die Koordinaten eines Punktes in die Gleichung ein und lösen nach b auf.

Das funktioniert mit P_1

genauso gut, wie mit P_2

$$\begin{array}{l} y = -2x + b \quad |x = -1, y = 3 \\ 3 = -2 \cdot (-1) + b \\ 3 = 2 + b \quad | -2 \\ 1 = b \end{array} \quad \begin{array}{l} y = -2x + b \quad |x = 1, y = -1 \\ -1 = -2 \cdot 1 + b \\ -1 = -2 + b \quad | +2 \\ 1 = b \end{array}$$

Den berechneten Wert für b setzen wir ein und erhalten die Gleichung, deren Gerade durch beide Punkte geht: $y = -2x + 1$



SCHNITTPUNKTE MIT DEN AXCHSEN BERECHNEN

Den Schnittpunkt mit der y-Achse erhalten wir, wenn wir für x eine Null einsetzen und y ausrechnen.

Den Schnittpunkt mit der x-Achse erhalten wir, wenn wir für y eine Null einsetzen und x ausrechnen. Der Schnittpunkt mit der x-Achse heißt auch **Nullstelle**.

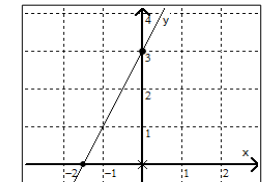
Beispiel: $y = 2x + 3$

SP y-Achse

SP x-Achse

$$\begin{array}{l} y = 2x + 3 \quad |x = 0 \\ y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} y = 2x + 3 \quad |y = 0 \\ 0 = 2x + 3 \quad | -3 \\ -3 = 2x \quad | :2 \\ -1,5 = x \end{array}$$

Die y-Achse wird bei $(0|3)$ geschnitten und die x-Achse bei $(-1,5|0)$.



² Da die Gerade unendlich lang ist, zeichnen wir sie über die beiden Punkte hinaus